**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI**
**OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI**

**ALISHER NAVOIY NOMIDAGI**
**SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI**

# CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINING UMUMIY NAZARIYASI

**«Algebra va sonlar nazariyasi» fanidan ta’lim texnologiyalari**

«**5 460100 MATEMATIKA**»
ta’lim yo‘nalishi bakalavr talabalari uchun

**(Uslubiy qo‘llanma)**

SamDU o‘quv-uslubiy kengashi tomonidan 2011 yil _____da nashrga tavsiya etilgan.

**Samarqand – 2011**

Chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy nazariyasi. «Algebra va sonlar nazariyasi» fanidan ta'lim texnologiyalari. Uslubiy qo'llanma. – Samarqand: SamDU nashri, 2011. – 36 bet.

Ushbu uslubiy qo'llanma « Algebra va sonlar nazariyasi » fani bo'yicha «5460100 – matematika» ta'lim yo'nalishi bakalavr talabalari va «5A460100 – Matematik mantiq, Algebra va sonlar nazariyasi» mutaxassisligi magistrantlari uchun mo'ljallangan bo'lib, unda shu fanning namunaviy o'quv dasturidan kelib chiqib, chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy nazariyasining usullariga oid qisqacha nazariy ma'lumotlar, bu usullarning taqbiqiga oid namunaviy misollar yechimlari, mustaqil ish topshiriqlari, blits-so'rov test savollari, mustaqil o'zlashtirishga oid adabiyotlar va boshqa tarqatma materiallar keltirilgan. Bular talabalarga shu fanni yanada chuqurroq o'zlashtirishga yaqindan yordam beradi degan umiddamiz.

**Tuzuvchi:** **H**.X. Ro'zimuradov

**Mas'ul muharrir** fizika-matematika fanlari nomzodi,
dotsent Nosirova H.N.

**Taqrizchilar** : fizika-matematika fanlari doktori,
professor Ikromov **I.A.**
fizika-matematika fanlari nomzodi,
dotsent Yaxshiboyev **M.Y.**

| MAVZU | Chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy nazariyasi. Kroneker-Kapelli teoremasi |
|---|---|

Mavzuning texnologik modeli

| | |
|---|---|
| ***O'quv soati – 2 soat*** | *Talabalar soni:* 58 ta |
| ***O'quv mashg'ulot shakli*** | Axborotli ma'ruza |
| ***Ma'ruza rejasi*** | 1. ChTSni birgalikdalik alomati . Kroneker-Kapelli teoremasi.<br>2. Bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasi. Fundamental yechimlar sistemasi.<br>3. Bir jinsli bo'lmagan ChTS va unga mos bir jinsli ChTS yechimlari orasidagi bog'lanish.<br>4. ChTSni yechish usullari bo'yicha tasniflash (klaster).<br>5. ChTSni kompyuter algebrasi tizimlari yordamida yechish. |
| ***O'quv mash-g'ulotining maqsadi*:** | ChTSni tasniflash, ChTSni yechishning bir necha usullarini o'rgatish, berilgan ChTSning birgalikdalik alomati bo'yicha yechish usulini tanlash.<br>ChTSni yechishda kompyuter texnologiyalarini qo'llash ko'nikmasini hosil qilish.. |
| ***Pedagogik vazifalar:*** | ***O'quv faoliyati natijalari:*** |
| ▪ ChTS ning umumiy ko'rinishi, erminologiyasi, lementar almashtirishlari va ekvivalent sistemalarni eslatadi;<br>▪ Gauss usuli yordamida ChTSni zinapoyali shaklga keltirishni eslatadi;<br>▪ ChTSni tekshirish. ChTSlarni yechimlari bo'yicha tasniflashni klaster usuli bilan ko'rsatadi;<br>▪ Matrisa rangini esalatadi. ChTSni birgalikdalik alomati- Kroneker-Kapelli teoremasini isbotini o'rgatadi.<br>▪ ChTSni yechish usullari bo'yicha tasniflashni klaster uchuli bilan ko'rsatadi.<br>▪ Bir jinsli bo'lmagan ChTS va unga mos bir jinsli ChTS yechimlari orasidagi bog'lanish to'g'risida tushunchalar beradi.<br>▪ olingan bilimlarni masalalar yechishga qo'llay olishga o'rgatadi.<br>▪ ChTSni kompyuter yordamida yechishni o'rgatadi. | ▪ Chiziqli tenglamalar sistemasini to'g'risidagi ma'lumotlarni esga oladi;<br>▪ Gauss usuli yordamida ChTSni zinapoyali shaklga keltiradi va tekshiradi;<br>▪ asosiy ta'rif va teoremalardan foydalana oladi,<br>▪ umumiy va xususiy hollarni ajrata oladi;<br>▪ olingan bilimlarni masalalar yechishga qo'llay oladi.<br>▪ ChTSni yechishga kompyuter texnologiyalarini qo'llay oladi |

| | |
|---|---|
| *O‘qitish vositalari* | *O‘UM, ma’ruza matni, slaydlar, doska* |
| *O‘qitish usullari* | ***ma’ruza, Pinbord, aqliy hujum*** |
| *O‘qitish shakllari* | ***Frontal, jamoaviy ish, blits-so’rov*** |
| *O‘qitish sharoiti* | *Texnik vositalar bilan ta’minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo‘llash mumkin bo‘lgan auditoriya va jihozlari.* |
| *Monitoring va baholash* | *og‘zaki savollar, blits-so‘rov* |

Mavzuning texnologik xaritasi

| Ish bosqich-lari | O‘qituvchi faoliyatining mazmuni | Tinglovchi faoliyatining mazmuni |
|---|---|---|
| **1-bosqich. Mavzuga kirish (10 min)** | **1.1. O‘quv mashg‘uloti mavzusi, savollarni va o‘quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi.**<br>**1.2. Baholash mezonlari (2- ilovada).**<br>**1.3. Pindbord usulida mavzu bo‘yicha ma’lum bo‘lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko‘ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxisini amalga oshiradi (1-ilova ).**<br>**1.4. Mavzuni jonlantirish uchun savollar beradi (3-ilova).** | **Tinglaydilar.**<br>**Tinglaydilar.**<br>**Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi.**<br>**Savollar beradilar.**<br>**Tushunchalarni aytadilar** |
| **2 - bosqich. Asosiy qism (40min)** | **2.1. Ma’ruza matnini tarqatadi, reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi.**<br>**2.2.Ma’ruza rejasining hamma savollari bo‘yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma’ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova).**<br>**2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova.**<br>**2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.** | **Tinglaydilar.**<br>**O‘UMga qaraydilar**<br>**Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi.**<br>**Tayanch so‘zlar muhokama qilinadi.** |
| **3-bosqich. Yakunlovchi (20min)** | **3.1. Mashg‘ulot bo‘yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma’lum qiladi.**<br>**3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi**<br>**3.3. Mavzu bo‘yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro‘yxatini beradi.**<br>**3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.** | **Savollar beradilar.**<br>**Tinglaydilar**<br>**O‘UMga qaraydilar.**<br>Vazifalarni yozib oladilar. |

Reja - topshiriq

<table>
<tr><td colspan="2">Reja:<br>1. ChTSni birgalikdalik alomati. Kroneker-Kapelli teoremasi.<br>2. Bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasi. Fundamental yechimlar sistemasi.<br>3. Bir jinsli bo’lmagan ChTS va unga mos bir jinsli ChTS yechimlari orasidagi bog’lanish.</td><td>5. ChTSni yechish usullari bo’yicha tasniflash (klaster).<br>6. ChTSni kompyuter algebrasi tizimlari yordamida yechish</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mashg‘ulotning maqsadi: ChTSni tasniflash, ChTSni yechishning bir necha usullarini o’rgatish, berilgan ChTSning birgalikdalik alomati bo’yicha yechish usulini tanlash. ChTSni yechishda kompyuter texnologiyalarini qo’llash ko’nikmasini hosil qilish..</td></tr>
<tr><td colspan="3">Talabalarning o‘quv faoliyati natijalari:<br>▪ Gauss usuli yordamida ChTSni zinapoyali shaklga keltiradi va tekshiradi;<br>▪ asosiy ta’rif va teoremalardan foydalana oladi,<br>▪ umumiy va xususiy hollarni ajrata oladi;<br>▪ olingan bilimlarni masalalar yechishga qo’llay oladi.<br>• ChTSni yechishga kompyuter texnologiyalarini qo’llay oladi</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq:<br>1. Topshiriq. Mashqlar 2. Topshiriq. Sinov savollari</td></tr>
<tr><td>Nazorat shakli: kuzatuv; o‘quv topshiriqlarini bajarish; savollarga javob berish.</td><td>Eng yuqori ball: ____ (tezkor to‘g‘ri javob)<br>Haqiqiy ball: _____</td><td>Imzo:</td></tr>
</table>

| MAVZU | Chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy nazariyasi. Kroneker-Kapelli teoremasi |
|---|---|

**Reja:**

1. ChTSni birgalikdalik alomati. Kroneker-Kapelli teoremasi.
2. Bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasi. Fundamental yechimlar sistemasi.
3. Bir jinsli bo'lmagan ChTS va unga mos bir jinsli ChTS yechimlari orasidagi bog'lanish.
4. ChTSni yechish usullari bo'yicha tasniflash (klaster).
5. 6. ChTSni kompyuter algebrasi tizimlari yordamida yechish

**Tayanch iboralar:** ciziqli tenglamalar sistemasi; birgalikdalik, matrisaning rangi, bir jinsli sistema, fundamental yechimlar sistemasi, umumiy yechim, xususiy echim.

**Foydalanilgan adabiyotlar**


1. B.L. Van der Varden. Algebra. M., Nauka, 1976.
2. Kostrikin A.I. Vvedeniye v algebru. M., 1977, 495 str.
3. Leng S. Algebra. M. Mir, 1968.
4. Kurosh A.G. Leksii po obщyey algebre. M. Nauka, 1976.
5. Faddeyev D.K. Leksii po algebre. M., Nauka, 1984, 415 st.
6. Faddeyev D.K., Sominskiy I.S. Sbornik zadach po vыsshey algebre. M., Nauka, 1977.
7. Sbornik zadach po algebre pod redaksiyey. A.I. Kostrikina, M., Nauka, 1985.
8. Xojiyev J., Faynleb A.S. Algebra va sonlar nazariyasi kursi, Toshkent, «O'zbekiston», 2001.
9. Narzullayev U.X., Soleyev A.S. Algebra i teoriya chisel. I-II chast, Samarkand, 2002.


**1-ilova**

**Baholash mezoni:**

- har bir test savoliga javobiga - 1 ball;
- har bir qo'shimcha mustaqil fikrga - 1 ball;
- har bir javobni to'ldirishga - 1 ball.

**2-ilova**

**Pinbord**

| |
|---|
| **Pinbord** (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o'quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat. |

*Ta'lim beruvchi:*

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o'z nuqtayi nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to'g'ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

*Ta'lim oluvchilar quyidagi g'oyalarni:*

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko'p maqbul (samarali va boshqa g'oyalarni tanlaydilar va ularni qog'oz varag'iga asosiy so'zlar ko'rinishida (2 so'zdan ko'p bo'lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (bazis funksiya; chiziqli operator; vazn funksiya; approksimatsiya; tafovut; xatolik funksiyasi; tenglamalar sistemasi; taqribiy yechim; aniq yechim.).

→ Guruh a'zolari (ta'lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

– aniq xato yoki qaytariluvchi g'oyalarni saralaydilar (bazis funksiya; chiziqli operator; approksimatsiya; tafovut);
– tortishuvlarni aniqlaydilar (vaznli tafovutlar usullarining umumiyligi va farqlari);
– g'oyalarni tizimlashtirish mumkin bo'lgan belgilar bo'yicha aniqlaydilar;

– shu belgilar bo‘yicha hamma g‘oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

*Ta’lim beruvchi:*

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

**3-ilova**

**Mavzuni jonlantirish uchun savollar**

1. Chiziqli tenglamalar sistemasining elementar almashtirishlari deb nimaga aytiladi?
2. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning qanday usullarini bilasizlar?
3. Matrisaning rangi deb nimaga aytiladi?
4. Matrisaning rangi haqidagi teorema qanday ifodalanadi?
5. Matrisaning rangi qanday yo’llar bilan topiladi?
6. A va B matrisalarning ranglari haqida nima deyish mumkin, ya’ni ular tengmi yoki qaysi birining rangi katta?
7. Qanday o’ylasizlar, A va V matrisalarning ranglari bilan (1) sistemaning birgalikda bo’lishi orasida bog’lanish bormi yoki yo’qmi

**4-ilova**

| **MAVZU** | Chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy nazariyasi. Kroneker-Kapelli teoremasi |
|---|---|

**Reja:**

1. ChTSni birgalikdalik alomati. Kroneker-Kapelli teoremasi.
2. Bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasi.
3. Fundamental yechimlar sistemasi.
4. Bir jinsli bo’lmagan ChTS va unga mos bir jinsli ChTS yechimlari orasidagi bog’lanish.
5. ChTSni yechish usullari bo’yicha tasniflash (klaster).
6. ChTSni kompyuter algebrasi tizimlari yordamida yechish

**Tayanch iboralar:** ciziqli tenglamalar sistemasi; birgalikdalik, matrisaning rangi, bir jinsli sistema, fundamental yechimlar sistemasi, umumiy yechim, xususiy echim.

## 1.CHTSni BIRGALIKDALIK ALOMATI. KRONEKER-KAPELLI TEOREMASI.

Quyidagi $n$ –noma’lumli $m$ –ta chiziqli tenglamalar sistemasini qaraymiz:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad (1)$$

Bu sistemaning asosiy va kengaytirilgan matrisalarini yozib olamiz:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$ - asosiy matrisa.

$$B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$ - kengaytirilgan matrisa.

Endi matrisalarning ranglari haqidagi ma'lumotlarni eslaymiz:

1. Chiziqli tenglamalar sistemasining elementar almashtirishlari deb nimaga aytiladi?

2. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning qanday usullarini bilasizlar?

3. Matrisaning rangi deb nimaga aytiladi?

4. Matrisaning rangi haqidagi teorema qanday ifodalanadi?

5. Matrisaning rangi qanday yo'llar bilan topiladi?

6. A va V matrisalarning ranglari haqida nima deyish mumkin, ya'ni ular tengmi yoki qaysi birining rangi katta?

7. Qanday o'ylasizlar, A va V matrisalarning ranglari bilan (1) sistemaning birgalikda bo'lishi orasida bog'lanish bormi yoki yo'qmi?

Oxirgi savolga javobni quyidagi Kroneker –Kapelli teoremasi beradi:

***Teorema -1(Kroneker-Kapelli).*** *(1) sistema birgalikda bo'lishi uchun uning asosiy va kengaytirilgan matrisalarining ranglari teng bo'lishi zarur va yetarlidir, ya'ni*

$$(1)\,\text{sistema yechimga ega} \Longleftrightarrow \boldsymbol{rang\ A = rang\ B}.$$

Teoremani isbot qilamiz.

**Zarurligi**. Aytaylik (1) birgalikda bo'lsin, ya'ni shunday

$x_1 = \alpha_1, x_2 = \alpha_2, \cdots, x_n = \alpha_n$

sonlar mavjudki, ularni (1) sistemaning noma'lumlari o'rniga qo'ysak, sistema tengamalari ayniyatlarga aylanadi:

$$\begin{cases} a_{11}\alpha_1 + a_{12}\alpha_2 + \cdots + a_{1n}\alpha_n = b_1 \\ a_{21}\alpha_1 + a_{22}\alpha_2 + \cdots + a_{2n}\alpha_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}\alpha_1 + a_{m2}\alpha_2 + \cdots + a_{mn}\alpha_n = b_m \end{cases} \qquad (2)$$

Endi V matrisaga quyidagi elementar almashtirishlarni qo'llaymiz: uning

1-nchi ustunini $-\alpha_1$ ga,

2-nchi ustunini $-\alpha_2$ ga

va hakoza,

$n$- nchi ustunini $-\alpha_n$ ga

ko'paytirib, ularning hammasini $n+1$ -nchi ustunga qo'shib yuboramiz. Natijada quyidagi matrisani hosil qilamiz:

$$C = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & -a_{11}\alpha_1 & -a_{12}\alpha_2 & -\cdots & -a_{1n}\alpha_n + b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & -a_{21}\alpha_1 & -a_{22}\alpha_2 & -\cdots & -a_{2n}\alpha_n + b_2 \\ & & & & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & -a_{m1}\alpha_1 & -a_{m2}\alpha_2 & -\cdots & -a_{mn}\alpha_n + b_m \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & 0 \end{pmatrix}$$

Elementar almashtirishlar haqidagi teoremaga asosan S matrisaning rangi V matrisaning rangiga teng. Lekin S matrisaning rangi A matrisaning ham rangiga teng, chunki, nollardan iborat ustunning qo'shilishi A matrisaning rangini o'zgartirmaydi.

Shunday qilib, $\boldsymbol{rang\ A = rang\ B}$.

**Yetarliligi.** Endi (1) sistemaning asosiy va kengaytirilgan matrisalarining ranglari teng bo'lsin.

$$\boldsymbol{rang\ A = rang\ B = r.}$$

Umumiylikka zarar keltirmasdan va qulayligi uchun A matrisaning rangini aniqlaydigan -tartibli minor matrisaning yuqori chap burchagida joylashgan bo'lsin deb olamiz, yani

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2r} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rr} \end{vmatrix} \neq 0.$$

U holda $B$ matrisaning dastlabki $r$-satri chiziqli bog'lanmagan bo'ladi, chunki bu matrisaning rangi $r$ ga teng, V matrisaning qolgan $m-r$ ta satrlari dastlabki $r$ -ta satrlari orqali chiziqli ifodalanadi. Bu esa (1) sistemaning dastlabki $r$ –ta tenglamasi chiziqli bog'lanmaganligini, qolgan $m-r$ ta tenglamalari esa ularning chiziqli kombinasiyalaridan iborat ekanligini anglatadi. Demak, ChTSlarning elementar almashtirishlari yordamida keyingi $m-r$ ta tenglamalar nolga aylantirilishi mumkin. Bu holda (1) sistemada $r$ –ta tenglama qoladi. Bizga shu $r$ –ta tenglamadan iborat bo'lgan sistemani yechish yetarli. Topilgan yechimlar qolgan $m-r$ ta tenglamalarni ham qanoatlantiradi.
Bu yerda quyidagi hollar bo'lishi mumkin.

1) $r=n$. Bu holda (1) sistemaning dastlabki $r$ –ta tenglamasidan iborat bo'lgan

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1r}x_r = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2r}x_r = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{r1}x_1 + a_{r2}x_2 + \cdots + a_{rr}x_r = b_r \end{cases} \quad (3)$$

sistemaning asosiy determinanti $D \neq 0$ bo'lib, bu sistemani Kramer formulalari bilan yechish mumkin. Bu holda (1) sistema birgalikda bo'lib, yagona yechimga ega bo'ladi.

2) $r < n$. Bu holda (1) sistemaning $r-$ ta tenglamasini qoldiramiz. Bu tenglamalarda dastlabki $r-$ ta noma'lumni tenglikning chap tomonida qoldirib qolganlarini o'ng tomonga o'tkazamiz:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1r}x_r = b_1 - a_{1,r+1}x_{r+1} - \ldots - a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2r}x_r = b_2 - a_{2,r+1}x_{r+1} - \ldots - a_{2n}x_n \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{r1}x_1 + a_{r2}x_2 + \cdots + a_{rr}x_r = b_r - a_{r,r+1}x_{r+1} - \ldots - a_{rn}x_n \end{cases} \quad (4)$$

(4) sistemadagi $x_{r+1}, x_{r+2}, \ldots, x_n$ noma'lumlarni ozod noma'lumlar deb e'lon qilamiz va ularga ixtiyoriy qiymatlar beramiz. Natijada (4) sistemadan asosiy noma'lumlar $x_1, x_2, \cdots, x_r$ larning mos qiymatlarini hosil qilamiz. Bu holda (1) sistema birgalikda bo'lib, u cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi, ya'ni aniqmas sistemadan iborat bo'ladi.

***(4) sistemaning $x_1, x_2, \cdots, x_r$ asosiy noma'lumlarini $x_{r+1}, x_{r+2}, \ldots, x_n$ ozod noma'lumlar orqali ifodalangan yechimiga (1) sistemaning umumiy yechim deyiladi.***

Shunday qilib, agar $\boldsymbol{rang\ A = rang\ B}$ bo'lsa, (1) sistema birgalikda (aniq yoki aniqmas), $\boldsymbol{rang\ B} > rang\ A$ bo'lsa, (1) sistema birgalikda bo'lmaydi.

Teorema isbot bo'ldi.

## 2. BIR JINSLI TENGLAMALAR SISTEMASI

(1) sistemaning o'ng tomonidagi ozod hadlari nolga teng bo'lsa, unga bir jinsli deyiladi:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \qquad (5)$$

(5) sistema har doim birgalikda bo'ladi, chunki u har doim nollardan iborat bo'lgan

$x_1 = 0, x_2 = 0, \ldots, x_n = 0$

yechimga ega. Bu Kroneker-Kapelli teoremasidan ham kelib chiqadi, bu yerda $\boldsymbol{rang\ A = rang\ B}$ bo'ladi.
Bu holda asosiy masala (5) sistemaning nolmas yechimlarini topishdan iborat. Bu masalaning yechimi quyidagi teorema bilan ifodalanadi.

***Teorema-2.*** *(5) sistema nolmas yechimlarga ega bo'lishi uchun uning asosiy matrisasining rangi noma'lumlar sonidan kichik bo'lishi, ya'ni* $rang\, A < n$ *bo'lishi zarur va yetarlidir.*

Haqiqatdan ham, agar $\boldsymbol{rang\ A = n}$ bo'lsa, u holda Kroneker-Kapelli teoremasiga asosan (5) sistema yagona yechimga, ya'ni faqat nollardan iborat bo'lgan

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0$$

yechimga ega bo'ladi. Agar $\boldsymbol{rang\ A} < n$ bo'lsa, bu sistema yana shu teoremaga asosan aniqmas sistemadan iborat bo'lib cheksiz ko'p nolmas yechimlarga ham ega bo'ladi.
Bu yerdan quyidagi natija ham kelib chiqadi.

***Natija.*** *(5) sistema nolmas yechimlarga ega bo'lishi uchun uning asosiy matrisasining determinati D nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.*

Haqiqatdan ham, agar

$$D = \det(A) = 0$$

bo'lsa, (5) sistema asosiy matrisasining rangi $n$ dan kichik bo'ladi. Yuqoridagi teoremaga asosan esa bu holda (5) sistema nolmas yechimlarga ega bo'ladi.

## 3. FUNDAMENTAL YeChIMLAR SISTEMASI

Endi

$$x_1 = \alpha_1, x_2 = \alpha_2, \ldots, x_n = \alpha_n$$

sonlar (5) sistemaning qandaydir noldan farqli bo'lgan yechimi bo'lsin. Bu yechimlarni

$$\boldsymbol{e_1} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$$

vektor ko'rinishida tasvirlashimiz mumkin. U holda biror $s$ son uchun

$$c\boldsymbol{e_1} = (c\alpha_1, c\alpha_2, \dots, c\alpha_n)$$

vektor ham (5) sistemaning yechimi bo'ladi. Agar

$$\boldsymbol{e_2} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$$

vektor (5) sistemaning boshqa bir yechimi bo'lsa, u holda ixtiyoriy $c_1$ ва $c_2$ sonlar uchun $\boldsymbol{e_1}$ ва $\boldsymbol{e_2}$ yechimlarning chiziqli kombinasiyasi

$$c_1\boldsymbol{e_1} + c_2\boldsymbol{e_2} = (c_1\alpha_1 + c_2\beta_1, c_1\alpha_2 + c_2\beta_2, \dots, c_1\alpha_n + c_2\beta_n)$$

ham (5) sistemaning yechimidan iborat bo'ladi. Haqiqatdan ham, (5) sistemaning $i$-nchi tenglamasi uchun

$$a_{i1}\alpha_1 + a_{i2}\alpha_2 + \dots + a_{in}\alpha_n = 0,$$
$$a_{i1}\beta_1 + a_{i2}\beta_2 + \dots + a_{in}\beta_n = 0,$$

bo'lsa, bu tengliklarning birinchisini $c_1$ га, иккинчисини $c_2$ ga ko'paytirib, qo'shib yuborsak

$$a_{i1}(c_1\alpha_1 + c_2\beta_1) + a_{i2}(c_1\alpha_2 + c_2\beta_2) + \dots + a_{in}(c_1\alpha_n + c_2\beta_n) = 0$$

tenglikni hosil qilamiz. Bu tenglik esa (5) sistema yechimlarining har qanday chiziqli kombinasiyasi ham uning yechimi bo'lishini ko'rsatadi.
(5) sistemaning vektor ko'rinishidagi shunday yechimlarini topish talab qilinadiki, uning boshqa yechimlari ular orqali chiziqli ifodalansin.

***(5) sistemaning chiziqli bog'lanmagan $\boldsymbol{e_1}, \boldsymbol{e_2}, \dots\dots, \boldsymbol{e_k}$ yechimlari sistemasi fundamental yechimlar sistemasi deyiladi, agar (5) sistemaning har bir yechimi shu $\boldsymbol{e_1}, \boldsymbol{e_2}, \dots\dots, \boldsymbol{e_k}$ yechimlarning chiziqli kombinasiyasidan iborat bo'lsa.***

(5) sistemaning fundamental yechimlarining mavjudligini quyidagi teorema o'rnatadi.

***Teorema-3.*** *Agar (5) sistema asosiy matrisasining rangi noma'lumlar sonidan kichik bo'lsa, ya'ni* $\boldsymbol{rang\,A} < n$ *bo'lsa, bu sistema fundamental yechimlar sistemasiga ega bo'ladi.*

**Isbot.** *A* matrisaning rangi noma'lumlar sonidan kichik bo'lib, uning rangini aniqlaydigan *r* –tartibli *D* minor matrisaning yuqori chap burchagida joylashgan bo'lsin.

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad D=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2r} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rr} \end{bmatrix} \neq 0,$$

(5) sistemaning dastlabki $r$ –ta tenglamasini qoldirib, bu tenglamalarda

$$x_{r+1}, x_{r+2}, \ldots, x_n$$

ozod noma'lumlarni ularning o'ng tomonlariga o'tkazamiz:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1r}x_r = -a_{1,r+1}x_{r+1} - \ldots - a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2r}x_r = -a_{2,r+1}x_{r+1} - \ldots - a_{2n}x_n \\ \cdots \\ a_{r1}x_1 + a_{r2}x_2 + \cdots + a_{rr}x_r = -a_{r,r+1}x_{r+1} - \ldots - a_{rn}x_n \end{cases} \qquad (6)$$

Bu sistemada ozod noma'lumlarga

$$x_{r+1} = 1, x_{r+2} = 0, \ldots, x_n = 0$$

qiymatlarni berib, mos ravishda asosiy noma'lumlarning

$$x_1 = \alpha_1, x_2 = \alpha_2, \cdots, x_r = \alpha_r$$

qiymatlarini hosil qilamiz. Bu ikkala qiymatlar satrini birlashtirib, (5) sistemaning quyidagi vektor yechimini

$$(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_r, 1, 0, \ldots, 0).$$

hosil qilamiz.
Xuddi shunday ozod noma'lumlarga

$$x_{r+1} = 0, x_{r+2} = 1, \ldots, x_n = 0$$

qiymatlarni berib, mos ravishda asosiy noma'lumlarning

$$x_1 = \beta_1, x_2 = \beta_2, \cdots, x_r = \beta_r$$

qiymatlarini va (5) sistemaning yana bir vektor yechimini

$$(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_r, 0, 1, 0, \ldots, 0)$$

hosil qilamiz.
Bu jarayonni $k = n - r$ marta davom ettirib, quyidagi vektor yechimlar sistemasini hosil qilamiz:

$$\boldsymbol{e}_1 = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_r, 1, 0, \ldots, 0)$$

$$e_2 = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r, 0, 1, \dots, 0)$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$e_k = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r, 0, 0, \dots, 1)$$

Bu vektor yechimlar o'zaro chiziqli bog'lanmagan sistemani tashkil qiladi, chunki ularning koordinatalaridan tuzilgan

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_r & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_r & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_r & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \qquad (7)$$

matrisaning rangi $k$ ga teng. Unda noldan farqli $k$ tartibli minor mavjud, bu minor matrisaning oxirgi $k$ *−ta* ustunida joylashgan.
Endi $e_1, e_2, \dots\dots, e_k$ vektor yechimlar sistemasining fundamental yechimlar sistemasidan iborat ekanligini ko'rsatamiz. Buning uchun (5) sistemaning har bir yechimi $e_1, e_2, \dots\dots, e_k$ sistema orqali chiziqli ifodalanishini ko'rsatish kerak bo'ladi.
Aytaylik ,

$$e = (\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_r, \vartheta_{r+1}, \dots, \vartheta_n)$$

(5) sistemaning ixtiyoriy bir yechimi bo'lsin. Quyidagi vektorni kiritamiz.

$$\begin{gathered} e_0 = e - \vartheta_{r+1} e_1 - \vartheta_{r+2} e_2 - \dots - \vartheta_n e_k = \\ = (\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_r, \vartheta_{r+1}, \dots, \vartheta_n) - \\ -\vartheta_{r+1}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r, 1, 0, \dots, 0) - \\ -\vartheta_{r+2}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r, 0, 1, \dots, 0) - \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ -\vartheta_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r, 0, 0, \dots, 1) = \\ =(\vartheta_1 - \vartheta_{r+1}\alpha_1 - \vartheta_{r+2}\beta_1 - \dots - \vartheta_n \xi_1, \\ \vartheta_2 - \vartheta_{r+1}\alpha_2 - \vartheta_{r+2}\beta_2 - \dots - \vartheta_n \xi_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ \vartheta_r - \vartheta_{r+1}\alpha_r - \vartheta_{r+2}\beta_r - \dots - \vartheta_n \xi_r, \\ 0, \dots, 0). \end{gathered}$$

Bu vektorning dastlabki $r$- ta koordinatalarini $\rho$ lar bilan belgilab olsak

$$e_0 = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_r, 0, 0, \dots, 0)$$

vektorni hosil qilamiz. $e_0$ (5) sistema yechimlarining chiziqli kombinasiyasidan iborat bo'lganligi uchun u ham shu sistemaning yechimidan iborat bo'ladi. Lekin $e_0$ vektorda barcha ozod noma'lumlarga mos keluvchi koordinatalar nolga teng.

Bu holda $e_0$ (6) sistemaning ham yechimi bo'ladi. (6) sistemaning o'ng tomoni faqat nollardan iborat bo'lib, uning asosiy matrisasining determinanti

$$D = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2r} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rr} \end{bmatrix} \neq 0,$$

noldan farqli, shu sababli bu holda (6) sistema faqat nol yechimga ega bo'ladi. Demak, $e_0$ vektorning barcha koordinatalari nolga teng ekan. Bu yerdan

$$e_0 = e - \vartheta_{r+1}e_1 - \vartheta_{r+2}e_2 - \ldots - \vartheta_n e_k = (0,0,\ldots,0)$$

ni hosil qilamiz. Va bu yerdan $e$ vektorni topsak, uning $e_1, e_2, \ldots\ldots, e_k$ vektorlar orqali chiziqli ifodasi hosil bo'ladi:

$$e = \vartheta_{r+1}e_1 + \vartheta_{r+2}e_2 + \ldots + \vartheta_n e_k.$$

Bu esa $e_1, e_2, \ldots\ldots, e_k$ vektorlar sistemasining fundamental yechimlar sistemasidan iborat ekanligi kelib chiqadi.

Teorema isbot bo'ldi. Teorema isbotidan fundamental yechimlar sistemasini qurish usuli ham kelib chiqadi. Buning uchun umumiy yechimdagi ozod noma'lumlarga navbati bilan birinchisiga 1 qiymatni, qolganlariga esa 0 qiymatni, so'ngra ikkinchisiga 1 qiymatni, qolganlariga esa 0 qiymatni va hakoza, oxirgisiga 1 qiymatni, qolganlariga esa nol qiymatni berib, asosiy noma'lumlarning ham qiymatlarini hisoblash kerak ekan. Umuman olganda, bunday qiymatlarni ham berish shart emas, biror usul bilan yechimlar orasidan chiziqli bog'lanmagan barcha yechim vektorlarni ajratib olish yetarli.

Shunday qilib, (5) bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy yechimi

$$c_1e_1 + c_2e_2 + \ldots + c_k e_k$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda $e_1, e_2, \ldots\ldots, e_k$ (5) sistemaning birorta fundamental yechimlari sistemasi, $c_1, c_2, \ldots\ldots, c_k$ -lar esa ixtiyoriy sonlardan iborat.

## 4. BIR JINSLI BO'LMAGAN VA UNGA MOS BO'LGAN BIR JINSLI TENGLAMALAR SISTEMALARINING YeChIMLARI ORASIDAGI BOG'LANISh

Endi bir jinsli bo'lmagan

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{222}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \qquad (1)$$

tenglamalar sistemasini va unga mos bo'lgan bir jinsli

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{222}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \qquad (5)$$

tenglamalar sistemasini qaraymiz.

$$\boldsymbol{e_1} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$$

vektor (1)sistemaning tayinlangan biror xususiy yechimi,

$$\boldsymbol{e_2} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$$

эса шу системанинг boshqa bir ixtiyoriy yechimi bo'lsin. U holda

$$\boldsymbol{e_1} - \boldsymbol{e_2} = (\alpha_1 - \beta_1, \alpha_2 - \beta_2, \dots, \alpha_n - \beta_n)$$

ayirma (5) sistemaning yechimi bo'ladi. Haqiqatdan ham, agar ularni (1) sistemaning ixtiyoriy bir tenglamasiga qo'ysak

$$a_{i1}\alpha_1 + a_{i2}\alpha_2 + \cdots + a_{in}\alpha_n = b_i$$

va

$$a_{i1}\beta_1 + a_{i2}\beta_2 + \cdots + a_{in}\beta_n = b_i$$

ayniyatlarni hosil qilamiz, u holda bu tengliklarni hadma-had ayirib,

$$a_{i1}(\alpha_1 - \beta_1) + a_{i2}(\alpha_2 - \beta_2) + \cdots + a_{in}(\alpha_n - \beta_n) = b_i - b_i = 0$$

ni hosil qilamiz. Bu esa $\boldsymbol{e_1} - \boldsymbol{e_2}$ ayirmani (5) sistemaning yechimidan iborat ekanligini ko'rsatadi.
Bundan tashqari, agar

$$\boldsymbol{e_3} = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$$

vektor (5) sistemaning ixtiyoriy yechimi bo'lsa, u holda $\boldsymbol{e_1} + \boldsymbol{e_3}$ yig'indi esa (1)sistemaning yechimi bo'ladi. Haqiqatdan ham,

$$a_{i1}\alpha_1 + a_{i2}\alpha_2 + \cdots + a_{in}\alpha_n = b_i$$

va

$$a_{i1}\gamma_1 + a_{i2}\gamma_2 + \cdots + a_{in}\gamma_n = 0$$

tengliklarni hadma-had qo'shib

$$a_{i1}(\alpha_1 + \gamma_1) + a_{i2}(\alpha_2 + \gamma_2) + \cdots + a_{in}(\alpha_n + \gamma_n) = b_i + 0 = b_i$$

ni hosil qilamiz. Bu esa $e_1 + e_3$ yig'indi (1) sistemaning yechimi ekanligini ko'rsatadi.

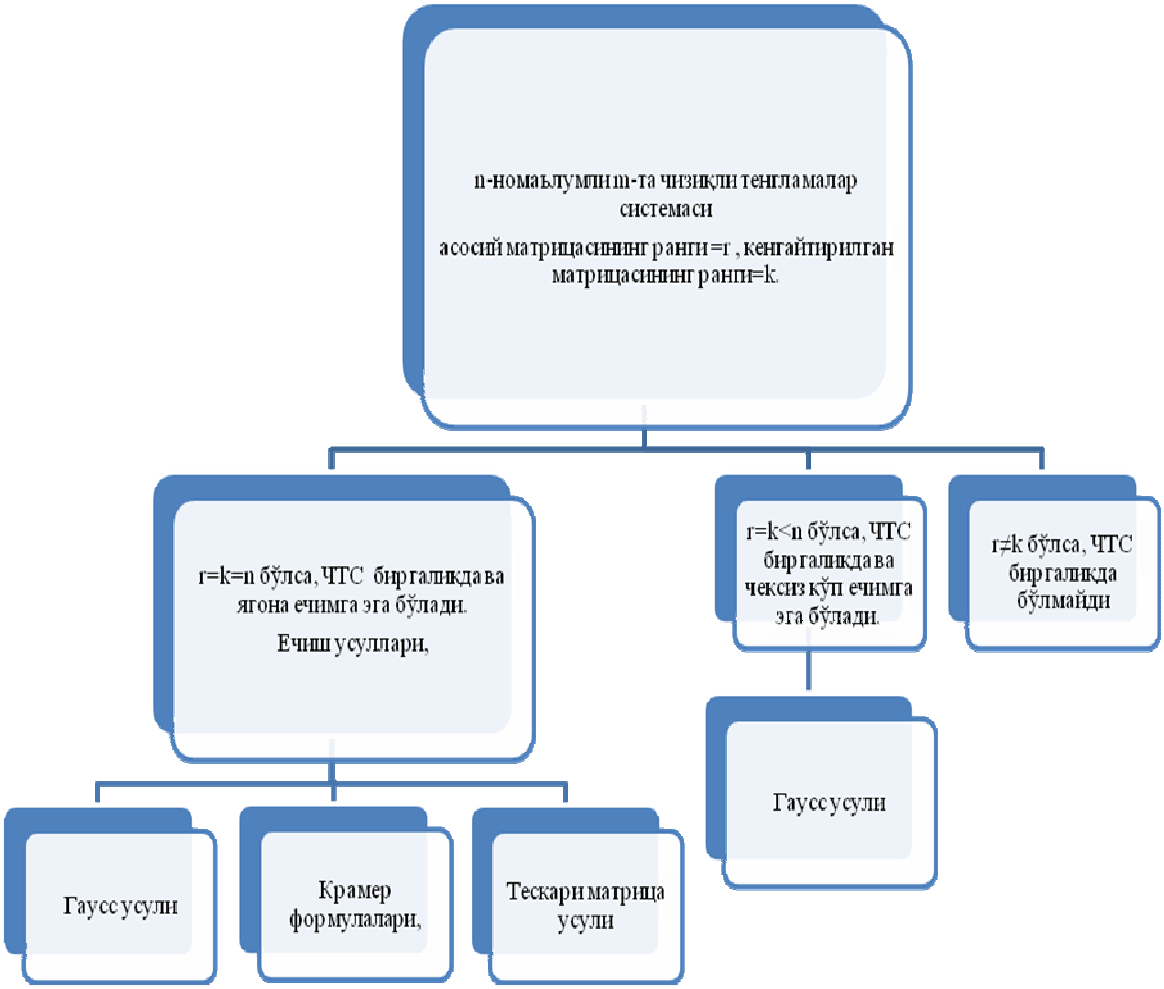
Bu yerdan (1) sistemaning barcha yechimlarini hosil qilish uchun uning bitta xususiy yechimiga (5) sistemaning mumkin bo'lgan barcha yechimlarini qo'shish kerak ekanligi kelib chiqadi. Ya'ni, (1)sistemaning umumiy yechimi uning bitta xususiy yechimi bilan (5) sistemaning umumiy yechimlari yig'inidisiga teng bo'ladi. Agar $e_0$ vektor (1) sistemaning ixtiyoriy bir xususiy yechimi, $e_1, e_2, \dots\dots, e_k$ lar esa (5) sistemaning qandaydir fundamental yechimlari sistemasi bo'lsa, u holda (1) sistemaning umumiy yechimi

$$e_0 + c_1 e_1 + c_2 e_2 + \cdots + c_k e_k$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda $c_1, c_2, \dots\dots, c_k$ -lar ixtiyoriy sonlardan iborat.

## 5. CHTSNI YECHISH USULLARI BO'YICHA TASNIFLASH (KLASTER).

**5-ilova**



6-ilova

**Insert texnikasi bo‘yicha mavzuni o‘qib chiqing va jadvalni to‘ldiring.**

| № | Asosiy tushunchalar | Belgi |
|---|---|---|
| 1. | ciziqli tenglamalar sistemasi | |
| 2. | birgalikdalik | |
| 3. | matrisaning rangi | |
| 4. | bir jinsli sistema | |
| 5. | fundamental yechimlar sistemasi | |
| 6. | umumiy yechim | |
| 7 | xususiy echim | |

**Insert jadvali qoidasi**

√ – avval olgan bilimiga to‘g‘ri keladi.
**+** – yangi ma’lumot
**--** – olgan bilimiga qarama-qarshi
? – tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo‘lgan ma’lumotlar)

# 6. CHTSNI KOMPYUTER ALGEBRASI TIZIMLARI YORDAMIDA YECHISH

**UCH BOSQICHLI TEST TOPSHIRIQLARI**

| Ko‘zlanayotgan natija: BMK o‘zlashtirish darajasi | Tekshiruvning mazmunli ko‘rsatkichlari | Topshiriqlar |
|---|---|---|
| **I.** O‘quvchilikka oid (tanish bo‘yicha harakatlanishi) | Eslab qolish, tanish va qayta aytib berish bilan bog‘liq bo‘lgan bilimlarni tekshirish–*ta’lim oluvchi o‘quv axborotini muddat, dalil, formula, qoida, qo-nunlar ko‘rinishida eslashi va qayta tiklashi lozim* | 1. Noma’lumlari soni tenglamalari soniga teng bo’lgan bir jinsli tenglamalar sistemasining nechta yechimi bor?<br>1) Faqat 1 ta;<br>2) 1 tadan ko’p;<br>3) kamida 1 ta.<br><br>2. Noma’lumlari soni tenglamalari soniga teng bo’lgan bir jinsli bo’lmagan tenglamalar sistemasining nechta yechimi bor?<br>1) Faqat 1 ta;<br>2) To’g’ri javob berilmagan;<br>3) cheksiz ko’p.<br><br>3. Asosiy matrisasining rangi tenglamalari soniga teng bo’lgan bir jinsli tenglamalar sistemasining nechta yechimi bor?<br>1) kamida 1 ta;<br>2) 1 tadan ko’p;<br>3) Faqat 1 ta.<br>10) Bir jinsli bo’lmagan tenglamalar sistemasi yechimga ega bo’lmasligi uchun qanday shart bajarilishi kerak?<br>1) Asosiy matrisasining determinanti noldan farqli bo’lishi kerak.<br>2) Asosiy matrisasining rangi kengaytirilgan matrisasining rangiga teng bo’lishi kerak.<br>3) Asosiy matrisasining rangi kengaytirilgan matrisasining rangiga teng bo’lmasligi kerak. |
| **II.** Tartiblilikka oid (algoritm) (namuna, o‘xshashlik bo‘yicha harakatlanish) | Amaliyotda yuzaki sharo-itlarda bilimlar (qoida, qo-nunlar)ni amaliy qo‘llash ko‘nikmalarini tekshirish: *ta’lim oluvchi avval o‘rgangan namuna bo‘yicha vazifa/topshiriqni bajarishi kerak.* | 1. $x_1 + x_2 + x_3 = 3$ tenglamaning barcha yechimlarini toping.<br>1) (1, 1, 1);<br>2) $(3 - c_1 - c_2, c_1, c_2)$ bu erda $c_1, c_2$ ixtiyoriy sonlar.<br>3) (2, 1, 0).<br><br>2. $x_1 - x_2 + x_3 = 0$ tenglamaning barcha yechimlarini toping.<br>1) (2, 1, -1); |

| | | |
|---|---|---|
| | | 2) (0, 0, 0);<br>3) $(c_1, c_1+c_2,, c_2)$ bu erda $c_1, c_2$ ixtiyoriy sonlar.<br>3. $\begin{vmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 3 & 4 & -7 \\ 4 & 6 & -4 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang.<br><br>1) 12; 2) 0 ; 3) 3. |
| **III.**<br>Ijodiy fikrlovchilikka oid (evristik) (harakatlarni tanlash) | Mustaqil ishlab chiqilgan ish tartibi: mantiqan tuzil-gan, asoslangan o‘zaro bog‘liq bo‘lgan to‘g‘ri xulosa chiqarish orqali bir xil bo‘lmagan topshiriq-larni yechish uchun o‘zlashtirilgan bilimlarni o‘zgartira olish ko‘nikmalarini tekshirish ta’lim oluvchilar berilgan topshiriq va uni yechish uchun ma’lum bo‘lgan qoidalar asosida mustaqil ish tartibini tuzishi kerak | 1. $(1 \quad 2 \quad 3)$ va $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ matrisalar ko’paytmasining rangini toping.<br>1) 1; 2) 0 ; 3) 2.<br><br>2) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$<br>tenglamalar sistemasining fundamental yechimlari sistemasini toping.<br>1) (1, 0, 1) va (0, 1, 1);<br>2) (1, -1, 0) va (-1, 1, 0);<br>3) (1, 0, 1) va (2, 0, 2).<br><br>3) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ -x_1 - x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$<br>tenglamalar sistemasi yechimlari sonini toping.<br>1) 1 ta;<br>2) yechimi yo’q;<br>3) yechimlari cheksiz ko’p. |

**Talabalar bilimini baholashning blis-so'rov texnologiyasi**

Talabaning familiyasi va ismi: _____ _____(ball)

| Savollarnomerlari | Yakka baxo | Yakka xato | To'g'ri javob | Guruh xatosi | Guruh bahosi |
|---|---|---|---|---|---|
| 1-savol | | | | | |
| 2-savol | | | | | |
| 3-savol | | | | | |
| 4-savol | | | | | |
| 5-savol. | | | | | |
| 6-savol. | | | | | |
| 7-savol. | | | | | |
| 8-savol. | | | | | |
| 9-savol. | | | | | |
| 10-savol. | | | | | |
| | Jami yakka xatolar soni | | Jami gurux xatolari soni | | |

Talaba masalalarni dastavval individual ishlab, ularning javoblarini jadvalning **yakka baho** grafasiga yozadi. So'ngra guruh bilan maslahatlashib javoblarni aniqlashtiradi va aniqlashtirilgan javoblarni **guruh bahosi** grafasiga yozadi.

O'qituvchi tomonidan berilgan javoblar jadvalning **to'g'ri javob** grafasiga yoziladi.

Yakka yoki guruh xatosini hosil qilish uchun to'g'ri javob sonidan yakka yoki guruh bahosi (kattasidan kichigi) ayriladi.

Yakka bahoni hosil qilish uchun savollar sonidan jami yakka xatolar soni ayriladi:
10 – yakka xatolar soni = yakka baho.
Guruh bahosini hosil qilish uchun savollar sonidan jami guruh xatolari soni ayriladi:
10 – guruh xatolari soni = guruh bahosi.
Ushbu baholar topilgandan so'ng talaba varaqning yuqori qismidagi o'z familiyasi to'g'risiga to'plagan balini yozib qo'yadi.

## Foydalanilgan adabiyotlar


1. B.L. Van der Varden. Algebra. M., Nauka, 1976.
2. Kostrikin A.I. Vvedeniye v algebru. M., 1977, 495 str.
3. Leng S. Algebra. M. Mir, 1968.
4. Kurosh A.G. Leksii po obщyey algebre. M. Nauka, 1976.
5. Faddeyev D.K. Leksii po algebre. M., Nauka, 1984, 415 st.
6. Faddeyev D.K., Sominskiy I.S. Sbornik zadach po vыsshey algebre. M., Nauka, 1977.
7. Sbornik zadach po algebre pod redaksiyey. A.I. Kostrikina, M., Nauka, 1985.
8. Xojiyev J., Faynleb A.S. Algebra va sonlar nazariyasi kursi, Toshkent, «O'zbekiston», 2001.
9. Narzullayev U.X., Soleyev A.S. Algebra i teoriya chisel. I-II chast, Samarkand, 2002.

**Ro'zimuradov Haydar Xolmuradovich**

# CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINING UMUMIY NAZARIYASI

**«Algebra va sonlar nazariyasi» fanidan ta'lim texnologiyalari**

«**5 460100 MATEMATIKA**»
ta'lim yo'nalishi bakalavr talabalari uchun

**(Uslubiy qo'llanma)**

**Muharrir:**

**Musahhih:**

**Texnik muharrir:**

**yilda bosishga ruxsat etildi.**
**№ buyurtma, bosma toboq,**
**hajmi 60x84 1,2. Adadi 100 nusxa.**

**SamDU Muharririyat va chop etish bo'limi**
**bosmaxonasida chop etildi.**
**140104, Samarqand sh., Universitet xiyoboni, 15**